

Slnko ako chaotický atraktor

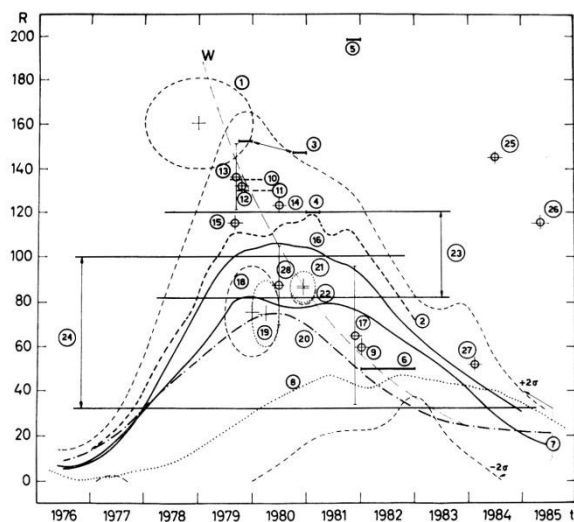
V.Karlovský, Hvezdáreň a planetárium M.R.Štefánika Hlohovec, astrokar @gmail.com

Abstrakt

Detailná analýza časových radov korónálneho indexu, relatívneho čísla slnečných škvrn, erupčného indexu a rádiového žiarenia na 10.7 cm ukazuje, že slnečná aktivita je chaotický systém. Predpovedateľnosť korónálneho indexu je 4,8 roka a relatívneho čísla slnečných škvrn 3,0 roka podľa práce Karlovský 1996, toku rádiového žiarenia 4,0 roka a erupčného indexu 57 dní, teda približne 2 mesiace, predpovedateľnosť indexu Mg II (core to wing 280 nm) 385 dní, iradiancie Lyman α 454 dní.

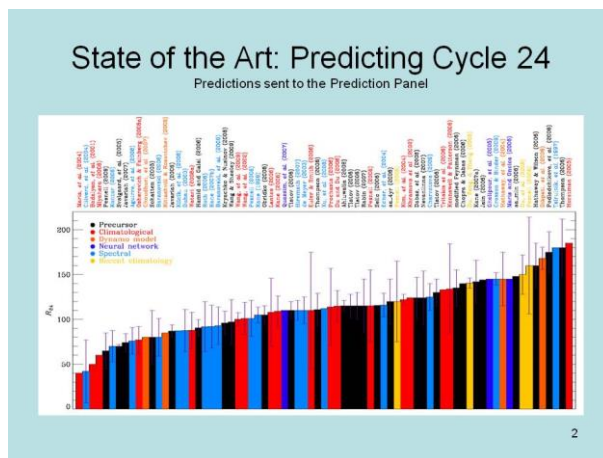
1. ÚVOD

So slnečnou aktivitou súvisí jej predpovedateľnosť, teda to, ako môžeme určité indexy určiť, a s akou presnosťou do budúcnosti. Takéto práce boli prirodzene už v minulosti, ale ukázalo sa, že výsledky nie sú uspokojivé. Ako príklad si môžeme všimnúť graf z práce Ambrož a Křivský (1979). Na obrázku 1 vidíme, že práce rôznych autorov dávajú extrémne rozdielne výsledky a predpovedať dĺžku trvania a maximum 21. cyklu slnečnej aktivity v relatívnom čísle je prakticky nemožné. Značná nejednotnosť existuje aj v predpovediach pre 24. cyklus. Vidíme to na obrázku 2, ktorý sa pre svoj vzhľad volá klavírový diagram. Je z práce Svalgaard L. (2010)



Souborný graf předpovědi relativního čísla v cyklu sluneční aktivity č. 21. Minulé minimum nastalo v roce 1976,6. Legenda: 1) Ol, 2) McNish, Lincoln, 3) Sutorik, 4) McIntosh, 5) Hill, 6) Cohen, Lintz, 7) Sleeper, 8) Jose, 9) Wood, 10) a 11) Kopecký, 12) korelace sudých a lichých cyklů, 13) metoda Minnise (ΔW_M), 14) metoda Kopeckého, 15) Vitinský, 16) průměr cyklů 8–20, 17) metoda Minnise (ΔW_M), 18) Gleisberg, 19) a 20) Vasilyev, Vitinský, Kandaurova, 21) metoda King-Heleho, 22) metoda Xantakise, 23) Bezrukova, 24) Henkel, 25) Schove, 26) King-Hele, 27) Bonov, 28) Romančuk, křivka W je vyjádření Waldmeierovy závislosti výšky maxima cyklu na délce trvání vzestupné větve. Prognózy pod čísly 12), 13), 14), 17), 21), 22) byly vypracovány autory prognóz 19) a 20).

Obr.1 Predpoveď relatívneho čísla v 21. cykle



Obr.2 Predpoveď výšky relatívneho čísla 24. cyklu

Z týchto ukážok vyplýva, že hoci bolo vyvinuté veľké úsilie na to, aby bolo možné predpovedať priebeh relatívneho čísla s časom, pokusy zlyhali. Chyba pravdepodobne nie je v použitých metódach, ale v tom, že boli použité na problém, ktorý sa nimi nedá riešiť, alebo je principiálne nemožné presne predpovedať takýto priebeh. V druhom prípade by sa jednalo o komplexný systém, ktorý nazývame chaotický atraktor. Existuje viacero prác, ktoré sa zaoberajú slnečnou aktivitou ako deterministickým chaosom. Medzi ne patria práce autorov: Karlovsky (1992,1996), Kremliovsky (1994), Kurths a Herzel (1987). Karlovsky (1992) ukázal aplikovateľnosť chaotických atraktorov na slnečnú aktivitu a upozornil na fraktálnu štruktúru aktivity charakterizovanej časovým radom relatívneho čísla. Kremliovsky (1994) na časovom rade relatívneho čísla ukázal, že slnečná aktivita je deterministický nízkodimenzionálny proces. V poslednom čase Cameron a ďalší (2013) poukázali na limity predpovedateľnosti slnečného cyklu v súvislosti s magnetickými poľami na povrchu. S predpovedateľnosťou súvisí aj diskusia v časopise Astronomy and Astrophysics o vplyve planét na slnečnú aktivitu, ktorú môžeme chápať ako hľadanie ďalšej metódy na predpovedanie slnečnej aktivity. Pozri práce: Abreu a ďalší (2012) a Cameron a Schussler (2013)

2. ČASOVÉ RADY SLNEČNEJ AKTIVITY

Na analýzu boli použité časové rady:

Erupčného indexu, denné dáta zo serveru NOAA od roku 1966 do roku 2008:

<http://ftp.ngdc.noaa.gov/STP/space-weather/solar-data/solar-features/solar-flares/index/comprehensive-flare-index/>

Rádiového žiarenia na 10.7 cm. Použité boli mesačné dáta získané zo serveru NOAA od roku 1947 do roku 2012 [http://www.ngdc.noaa.gov/stp/](http://www.ngdc.noaa.gov/stp/SOLAR/ftpsolarradio.htm)

[/SOLAR/ftpsolarradio.htm](http://www.ngdc.noaa.gov/stp/SOLAR/ftpsolarradio.htm)

[http://laspftp.colorado.edu/pub/solstice/](http://laspftp.colorado.edu/pub/solstice/composite_mg2.dat)

[composite_mg2.dat](http://laspftp.colorado.edu/pub/solstice/composite_mg2.dat)

Iradiancie na 1AU pre Lyman α 121.6 nm na <http://lasp.colorado.edu/solstice/data.html>

Od roku 1947 - 2004

3. ANALÝZA DÁT

Všetky dáta prešli najprv fourierovskou analýzou, aby sa zistilo, či v dátach existujú periodické, kváziperiodické, alebo aperiodické členy. Charakter fourierovského spektra je indikátorom procesov a môže naznačovať aj fraktálnu štruktúru, Osborne a Provenzale (1989). Okrem nelineárnych metód bola na analýzu dát použitá vlnková transformácia ako doplnok fourierovskej analýzy, pozri Torrence C., Compo G.P., (1998) a tiež bola použitá metóda krížovej vlnkovej analýzy, Grinsted A., Moore J.C., and Jevrejeva S., (2004).

4. NELINEÁRNE METÓDY

4.1. Rekonštrukcia fázového priestoru

Po uplynutí dostatočne dlhej doby sa chovanie systému sústreďuje na atraktor, ktorého projekciou do jednej dimenzie vznikol meraný signál $x(t)$, $x(t)$ je fázová premenná. Časové rady slnečnej aktivity sú vlastne jednorozmerným signálom. Avšak i takýto časový rad obsahuje v sebe informácie o celom systéme, Voros (1994). Pomocou procedúry vytvorenej Packardom (1980) a Takensom (1981), môžeme rekonštruovať n-rozmernú dynamiku systému z jednorozmerného signálu (časového radu). Vytvoríme nový dynamický systém dimenzie m tak, že zo skalárnej časovej série $X_i = X(t_i)$ $i=1,2,...,N$ pomocou časového posunu τ dostaneme

stavový vektor $\mathbf{X}_i = (X(t_i), X(t_i + \tau), \dots, X(t_i + (m-1)\tau))$. Takensova veta hovorí, že pri ľubovoľných

hodnotách realizácie radu X_i a časového posunu τ atraktor rekonštruovaného dynamického systému dimenzie m bude mať tie isté vlastnosti ako pôvodný ak $m \geq 2d_H + 1$, kde d_H je Hausdorffova dimenzia pôvodného atraktora. Celková stratégia zisťovania fraktálnej dimenzie bola rozpracovaná Grassbergerom a Procaccia (1984). Na základe zistenia dynamických invariantov, ako sú fraktálna dimenzia, Kolmogorovská entropia (K_2), Ljapunovské exponenty, možno rozhodnúť, či sa za signálom skrýva podivný atraktor a či sa jedná o deterministický chaos, alebo nie. Rekonštrukcia vychádza z predpokladu existencie

dynamického systému, ktorý generuje pohyb na atraktore.

4.1.1 Metóda autokorelačnej funkcie (ACF)

Keď použijeme autokorelačnú funkciu (ACF), môžeme nájsť časový posun τ tam, kde autokorelačná funkcia dosahuje hodnotu $1/e$, alebo kde je prvý nulový bod tejto funkcie. Presnejšie je časový posun z intervalu $\langle ACF(1/e), ACF(0) \rangle$. Tato metóda nie je vhodná pre systémy s vyššou korelačnou dimenziou D_2 . Voľba τ zaručuje nezávislosť súradníc rekonštruovaného fázového priestoru.

4.1.2 Metóda pseudocyklu

Ďalším kritériom pre nájdenie τ môže byť hodnota 25% pseudocyklu (charakteristického času TCH), Buzug a Pfister (1992). Vo všeobecnosti korelačná dimenzia by nemala byť na τ závislá. Pre nízko-dimenzionálne systémy dáva metóda pseudocyklu približne tie isté hodnoty ako metóda ACF.

4.2 Redukcia šumu

V prípade zašumených dát je možné použiť redukciu šumu, Schreiber (1993).

4.2.1 Redukcia šumu NNR

Hlavná myšlienka NNR (nonlinear noise reduction) techniky spočíva v tom, aby sme zamenili každé meranie X_i strednou hodnotou tejto súradnice v bodoch zodpovedajúco vybranej oblasti polomeru ρ . Okolia sú definované v rekonštruovanom fázovom priestore a k súradnici z minulého a budúceho okolia, tieto sa použijú na zostrojenie vektorov $\mathbf{X}_i$. Potom súradnice X_i sú zamenené za stredné hodnoty v U_i :

$$X_i \longrightarrow X_i^{\text{corr}} = (1/|U_i|) \sum_{U_i} X_i$$

Kde U_i je súbor všetkých susedov pre ktoré platí:

$$\|X_j - X_i\|_{\text{sup}} < \rho$$

V každom prípade je nutné presne sledovať efekt čistenia. Preto vždy uskutočnime niekoľko realizácií očistených dát časových sekvencií $\{NNR(k, \rho) X_i\}$ a iba tie parametre k a ρ sa používajú v ďalších výpočtoch, pre ktoré je určená korelačná dimenzia rovnakej hodnoty (pre všetky sekvencie má byť rovnaká), včítane hodnôt chýb. Treba tiež sledovať deformácie výkonového spektra kvôli prílišnej filtrácii. Je nutné zabrániť objaveniu sa falošných pík a tiež falošných nízkych dimenzií.

4.3. KORELAČNÁ DIMENZIA

Jedným z dynamických invariantov je aj fraktálna dimenzia systému (kapacita) D_0 . Dôležitá je korelačná dimenzia D_2 , pretože bezprostredný výpočet fraktálnej dimenzie, alebo Hausdorffovej dimenzie je veľmi zložitý. Platí:

$$D_0 \Rightarrow D_1 \Rightarrow D_2$$

$$D_q = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \mathbf{I}_q(\epsilon) / \ln(\epsilon^{-1})$$

[1]

kde $I_q(\varepsilon)$ je entropia Renyi rádu q , Renyi (1970), Do je fraktálna dimenzia, $D1$ je informačná dimenzia, $D2$ je korelačná dimenzia, ε je rozmer n – rozmernej gule v n -rozmernom priestore, pričom týmito guľami pokrývame skúmanú množinu. Korelačná dimenzia $D2$ sa určuje pomocou korelačného integrálu:

$$C_m(\varepsilon) = \kappa * \sum_{j=W}^N \sum_{i=1}^{N-j} \Theta(\varepsilon - |x_i^m - x_{i+j}^m|) \approx \varepsilon^{D2(m)} \quad [2]$$

Θ je stupňová funkcia Heavisidia ,

$$\Theta(z) = \begin{cases} 0 & \text{pre } z < 0 \\ 1 & \text{pre } z > 0 \end{cases}$$

$$\text{a } \kappa = 2 / ((N - W) * (N - W + 1))$$

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\ln C_m(\varepsilon) / \ln \varepsilon) \quad [3]$$

N je počet dát, Θ je Heavisidova funkcia, m je vnorená dimenzia, W je počet vylúčených dát pre ktoré platí: že $|i - j| \delta t$ ($\delta t = t_{i+1} - t_i$) je menší ako autokorelačný čas, je to korekcia na nepravé korelácie, Theiler (1986). Vlastné výpočty korelačnej dimenzie, Kolmogorovskej entropie a najväčších Ljapunovských exponentov boli vypočítané pomocou algoritmov uvedených Wolfom a ďalšími (1985) a pomocou programov softwarového balíka TISEAN, ktorý je prístupný na adrese: <http://www.mpi-pks-dresden.mpg.de/~tisean/> Veľkosť balíka TISEAN 2.1 je 8 MB. Niektoré podrobnosti o výpočte korelačnej dimenzie možno nájsť aj v knihe Neymarka a Landu (1987).

4.3.1 Test náhradných dát

Na test náhodne rozložíme fázy fourierovskej transformácie originálneho časového radu a vytvoríme niekoľko realizácií invertovaných náhradných dát, pričom použijeme tu istú autokorelačnú metódu. keď opäť vypočítame D_2 a výsledky nie sú významne rozdielne od originálneho časového radu, určeníu dimenzie nemožno dôverovať, Roberts (1991).

4.3.2 Fraktálny test

Signál (časový rad) je sebedobný, ak

$$\langle |X(t_i + \Omega \delta t) - X(t_i)| \rangle = \Omega^H \langle |X(t_i + \delta t) - X(t_i)| \rangle \quad [4]$$

pozri Osborne a Provenzale (1989), symbol $\langle \rangle$ indikuje časový priemer, H je škálovací exponent, Ω je škálovací faktor. Vytvoríme graf $\log \langle |X(t_i + \Omega \delta t) - X(t_i)| \rangle$ versus $\log \Omega$. Ak v tomto grafe nájdeme vodorovnú časť krivky, sú dáta všetky sebedobné a jedná sa na danej časti o šum a v tomto prípade majú dáta charakter farebného šumu a tiež konečnú dimenziu, ale určeníu korelačnej dimenzie nemožno dôverovať.

4.4. Najväčší Ljapunovský exponent

Všetky trajektórie vytvárajúce chaotický, alebo stochastický atraktor, sú nestabilne podľa Ljapunova vtedy, ak majú aspoň jeden kladný Ljapunovský

exponent. Existencia kladného Ljapunovského exponentu je základným kritériom chaotičnosti pohybu. Maximálny Ljapunovský exponent pre trajektóriu na intervale

$$t_0 \leq T_M \leq T \text{ je} \quad \Lambda_{\max} = \frac{1}{(t_M - t_0)} * \sum_{i=1}^M \log_2 (L'(t_i) / L(t_i - 1)) \quad [5]$$

bitov/sek

Pozri Wolf a ďalší (1985). $L(t_i)$ označuje vzdialenosť dvoch oddelených blízkych trajektorií v rekonštruovanom fázovom priestore, $L(t_0)$ je vzdialenosť medzi dvoma počiatočnými bodmi. Počiatočná dĺžka sa môže vyvinúť na $L'(t_1)$ atď. Počet krokov je M a náhradne vektory su reortogonalizované Gramm-Schmidtovou procedúrou.

Predpovedateľnosť môže byť určená ako :

$$T_p \approx \log_2 2 / \Lambda_{\max} = 1 / \Lambda_{\max}$$

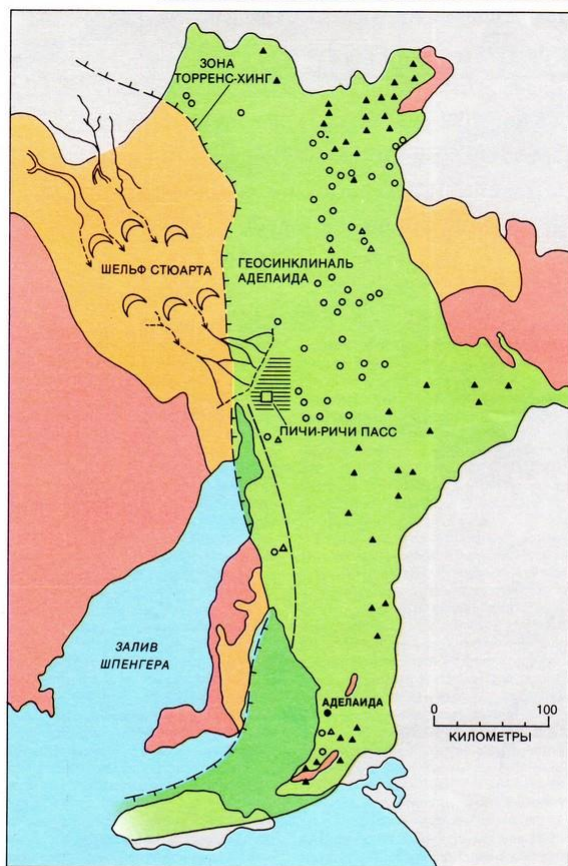
Alebo ako uvádza Boffetta G., et al 1998:

$$T_p \approx (1 / \Lambda_{\max}) \ln (\Delta / \delta) \quad [6]$$

Kde δ je konečná nepresnosť počiatočných podmienok, Δ je presnosť budúceho stavu systému.

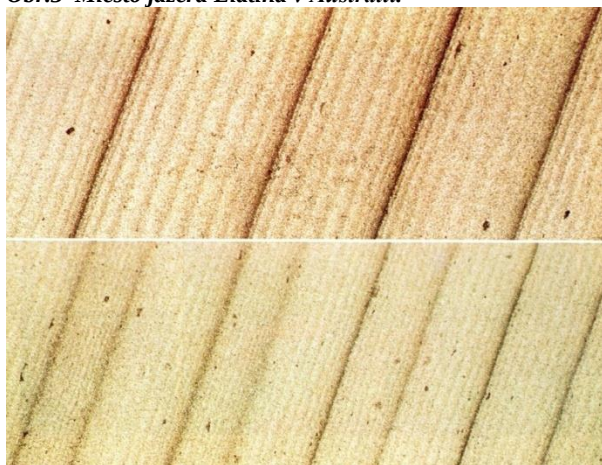
Sústredenie systému slnečnej aktivity na atraktor.

Po uplynutí dostatočne dlhej doby sa chovanie systému sústredí na atraktor, ktorého projekciou do jednej dimenzie vznikol meraný signál $x(t)$, v našom prípade nejaký index slnečnej aktivity. Súčasné pozorovania majú relatívne malú dobu trvania, ak počítame aj relatívne číslo slnečných škvrn tak približne 300 rokov. Existujú informácie, že slnečná aktivita sa v priebehu času príliš nemení. Z prekambria (680 miliónov rokov pred našim letopočtom) existuje rad geologických meraní v trvaní 19000 rokov, ktorý potvrdzuje, že slnečná činnosť sa príliš nemenila a v porovnaní s dneškom takisto. Aké sú to merania sa možno dočítať v článku Williamsa (1986). Merania usadenín boli urobené na mieste Elatina v Austrálii, obr.3. V prekambriu bolo iné zloženie atmosféry Zeme a to také, že kyslíka bolo iba niekoľko percent. Neexistovalo rastlinstvo, žili iba primitívne organizmy. V danej ľadovej dobe teda v jazere Elatina sa menila teplota asi od -40°C v strede zimy do niekoľko stupňov nad nulou. Vznikajúce usadeniny sa podobajú na usadeniny dnešných ľadovcových jazier. Sezónny character usadenín súvisí so slnečnou činnosťou, presnejšie s ultrafialovým žiarením od Slnka, ktoré mohlo prenikať až takmer k povrchu. Pod vplyvom tohto žiarenia sa kyslík menil na ozón v oveľa menších výškach ako dnes. Vo výsledku cyklické variácie toku slnečného žiarenia vyvolávali zmeny teploty a vlastností ozónovej vrstvy, ktoré boli v malých výškach a vplývali na teplotu pri povrchu zeme. V dôsledku zvyšovania obsahu kyslíka v ďalších obdobiach sa znižoval vplyv slnečného žiarenia na klímu. Dnes je vplyv ultrafialového žiarenia Slnka na klímu veľmi malý.



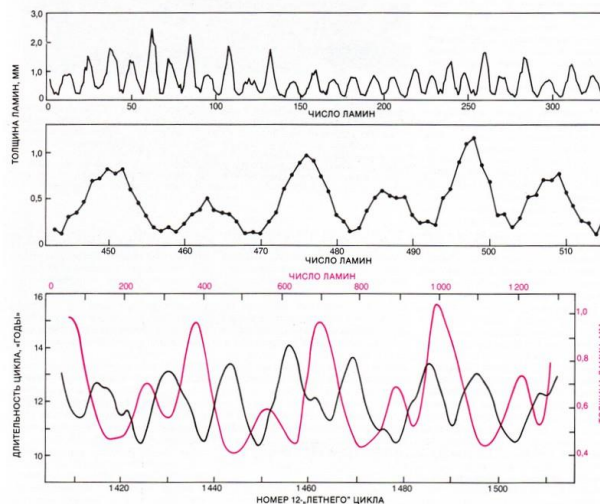
ГЕОЛОГИЧЕСКОЕ СТРОЕНИЕ южной Австралии в позднем докембрии. Ее основу определяла геосинклиналь Аделаида — заполненная осадками депрессия в земной коре (зеленый цвет), окаймленная платформами (оранжевый цвет), такими, как шельф Стюарта. Талые воды поступали в многочисленные озера, в том числе в озеро Элатина (горизонтальная штриховка). Отложения в геосинклинали состоят из песчаников и алевролитов, характерных для дельт, озер и потоков (кружки), слоев валунов (закрашенные треугольники), и изолированных обломков камней, попавших в тонкие осадки при таянии льдов (незакрашенные треугольники). Основным поставщиком этих обломков были массивы кристаллических пород (красный цвет).

Obr.3 Местоположение озера Элатина в Австралии.



Obr.4 Вrstvy usadenin v lokalite Elatina

Celkove Williams preskúmal 1590 klimatických cyklov, čo je približne 19 000 rokov. Ak teda poznáme charakter slnečnej činnosti z prekambria, môžeme konštatovať, že slnečná aktivita sa prakticky príliš nemenila za posledných 680 miliónov rokov. Sústreďenie systému slnečnej aktivity na atraktor teda môžeme považovať za vierochné. Ako vyzerá aktivita v prekambriu je vidieť na obrázku 5.



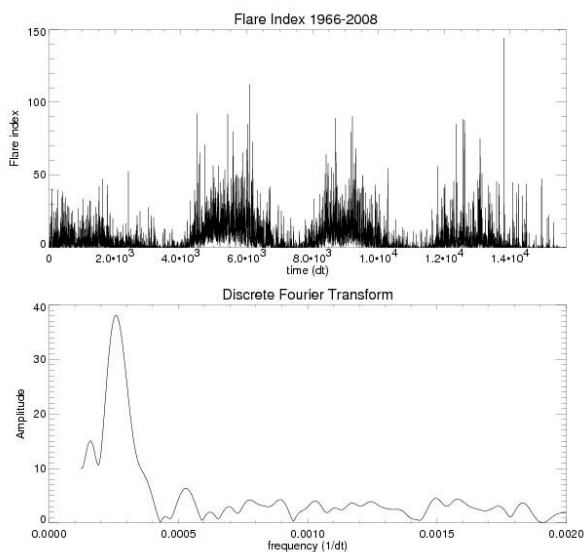
Obr.5 Slnečná aktivita v prekambriu.

Ďalšia literatúra ohľadne tejto témy je Williams 1985, Williams and Sonett 1985.

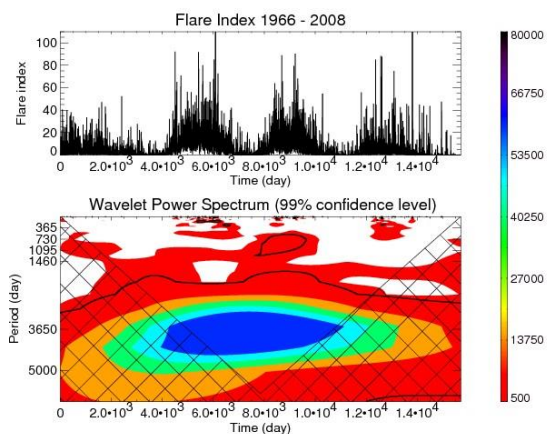
5. ANALÝZA ČASOVÝCH RADOV

5.1. Časový rad – Erupčný index (FI).

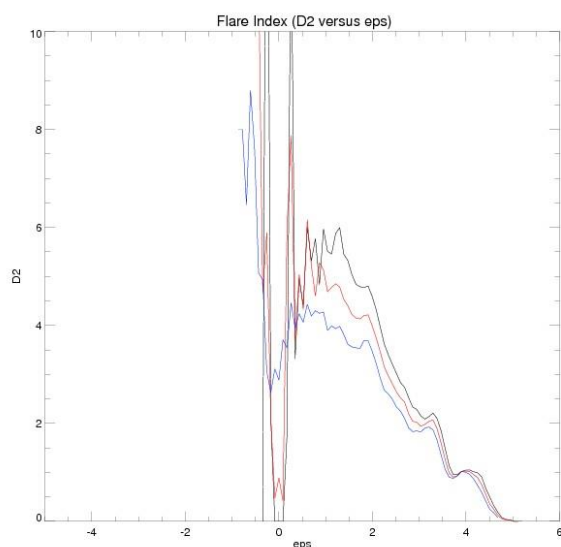
Ako prvý bol skúmaný rad denných dát erupčného indexu. Fourierovské spektrum ukazuje dve menšie frekvencie a mnoho veľkých frekvencií (malých periód) obr.6. Výkonové vlnkové spektrum (obr.7) pre červený šum (red noise) ukazuje, že významných je mnoho periód od 1460 dní až po viac ako 5000 dní. Je to preto, že vlastne máme do činenia s chaotickým atraktorom. Aby sme zistili od koľkých stupňov voľnosti závisí časový rad erupčného indexu, je potrebné zistiť korelačnú dimenziu D_2 . Z obrázku č.8 môžeme zistiť, že D_2 je približne 6, to znamená, že na charakterizáciu radu potrebujeme 12 – 13 parametrov. Ak vezmeme do úvahy ešte LDE erupcie - Antalová (1990), pre ktoré bola určená korelačná dimenzia D_2 na 2.7- 4.0 Karlovský (1996) a Kolmogorovská entropia 0.02 bit/mesiace, to všetko ukazuje na to, že v prípade erupcií sa jedná o chaotický atraktor. Z denných dát erupčného indexu bol zistený maximálny Ljapunovský exponent $\Lambda_{\max} = 0.0176$ bit/deň a predpovedateľnosť je 56.88 dňa (približne 2 mesiace).



Obr.6 Fourierovské spektrum erupčného indexu.



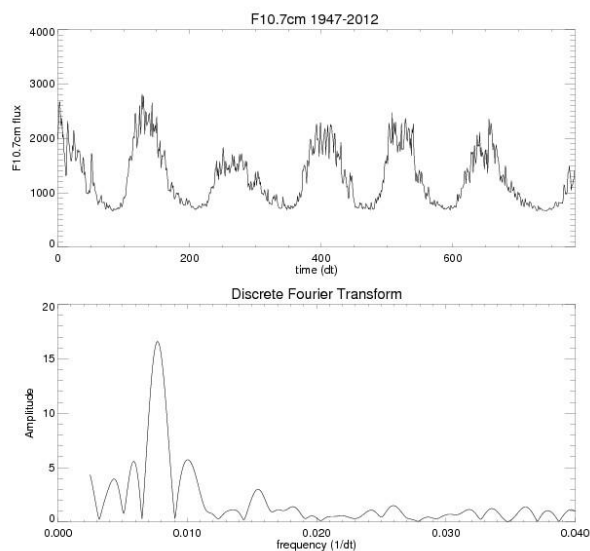
Obr.7 Vlnková analýza erupčného indexu.



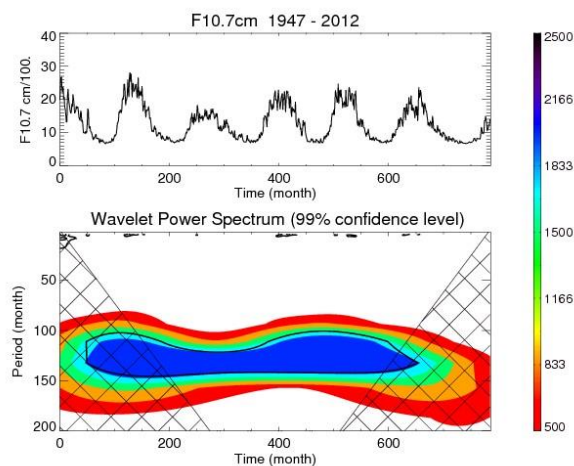
Obr.8 Korelačná dimenzia pre erupčný index.

5.2. Časový rad toku rádiového žiarenia na 10.7 cm

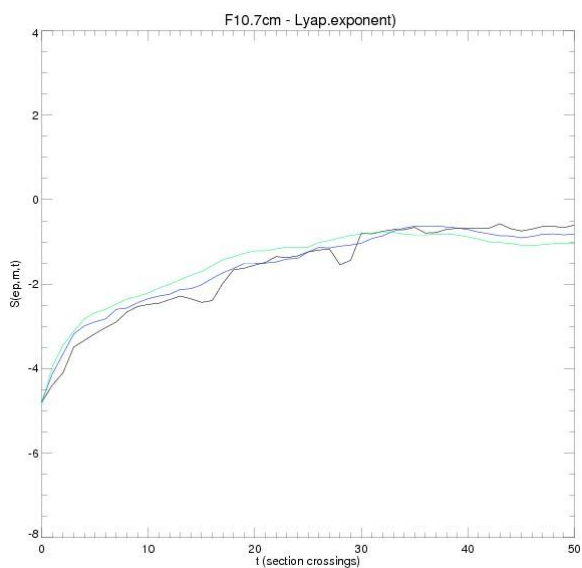
V ďalšom bol skúmaný rad mesačných dát toku rádiového žiarenia na 10.7 cm. Fourierovské spektrum (obr.9) je veľmi podobné spektru pre erupčný index, pričom sa ukazuje niekoľko malých frekvencií a mnoho veľkých (malých periód). Vlnkové spektrum (obr.10) ukazuje významné periódny pre červený šum (red noise) od 110 do 140 mesiacov. Pre určenie chaotičnosti je potrebné zistiť najväčší Ljapunovský exponent. Ten je v našom prípade $\Lambda_{\max} = 0.0208$ bit/mesiac, teda sa jedná o chaotický systém. Pozri obrázok č.11. Na obrázku č.12 vidíme závislosť korelačnej dimenzie od ϵ . Z toho môžeme určiť korelačnú dimenziu na 2.7 ± 0.3 v závislosti od časového posunu τ . Z toho plynie pre daný index na charakterizáciu 6 parametrov, teda máme do činenia s chaotickým systémom.



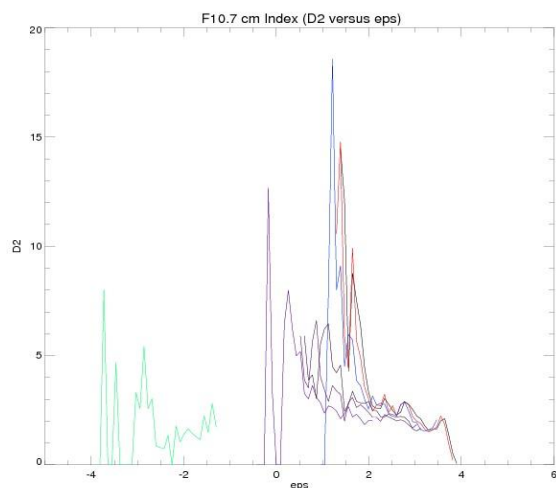
Obr.9 Fourierovské spektrum rádiového žiarenia 10.7cm



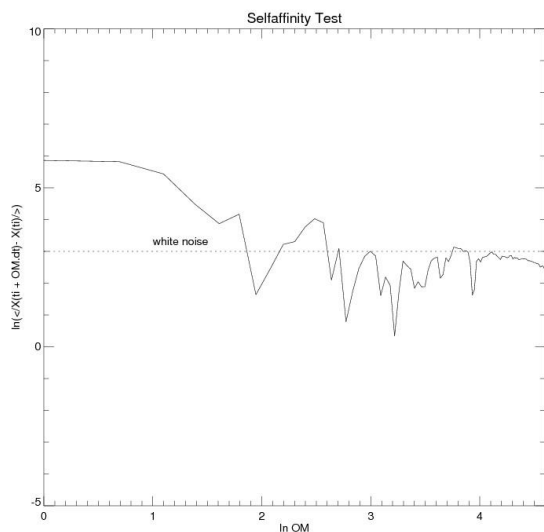
Obr.10 Vlnkové spektrum rádiového žiarenia 10.7cm



Obr.11 Ljapunovský exponent pre rádiové žiarenie 10.7cm



Obr.12 Korelačná dimenzia pre rádiové žiarenie 10.7cm

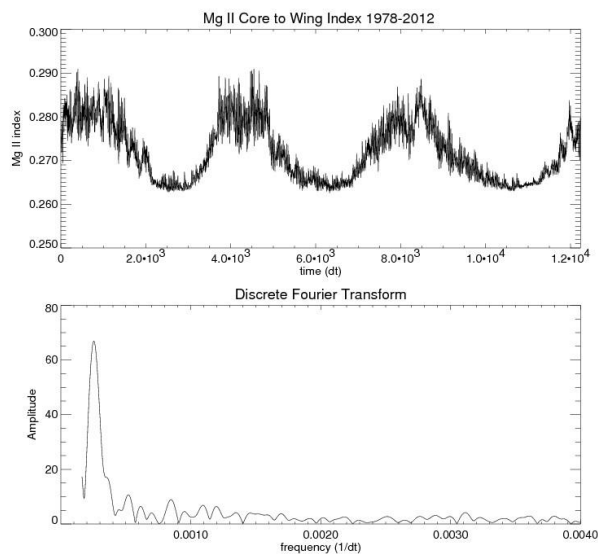


Obr.13 Fraktálny (selfaffinity) test pre rádiové žiarenie

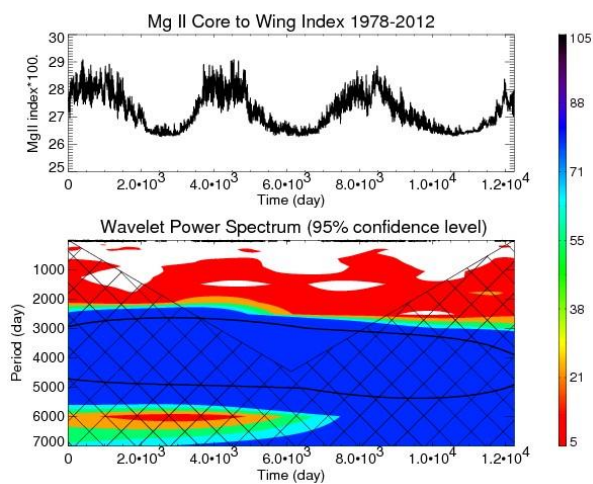
Aby sme sa ubezpečili, že časový rad nepredstavuje šum, ale ani tzv.farebný šum, urobíme fraktálny test. Pre rádiový tok ho vidíme na obrázku č.13. Čiarkovaná čiara na obrázku ukazuje, ako by vyzeral priebeh grafu pre šum.

5.3. Časový rad indexu Mg II Core to Wing.

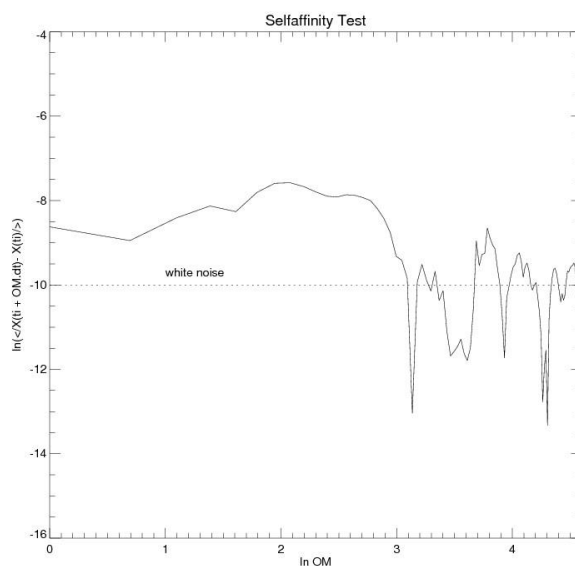
Rad horčíkového indexu Mg II (jadro voči krídlu čiary 280 nm) bol tak isto analyzovaný. Fourierovské spectrum (obr.14) je veľmi podobné spektru rádiového žiarenia, alebo spektru erupčného indexu. Vlnkové výkonové spectrum (obr.15) ukazuje významné periódy pre červený šum (red noise) od 3000 do 5000 dní. Pre určenie chaotičnosti bol určený maximálny Ljapunovský exponent $\Lambda_{\max} = 0.0026$ bit/deň, predpovedateľnosť je potom $T_p = 385$ dní (viac ako 1 rok). Jedná sa o chaotický systém (obr.16). Závislosť korelačnej dimenzie D_2 od ϵ vidíme na obrázku 17. Z toho vychádza korelačná dimenzia $D_2 = 4.45 \pm 0.05$. Na charakterizáciu tohto systému potrebujeme 10-11 parametrov. Či dáta nepredstavujú šum určí fraktálny test (selfaffinity test), je na obrázku 18.



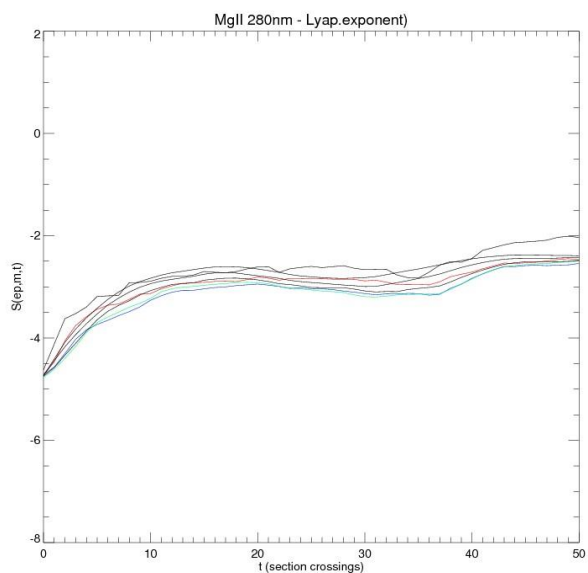
Obr.14 Fourierovské spektrum pre Mg II index.



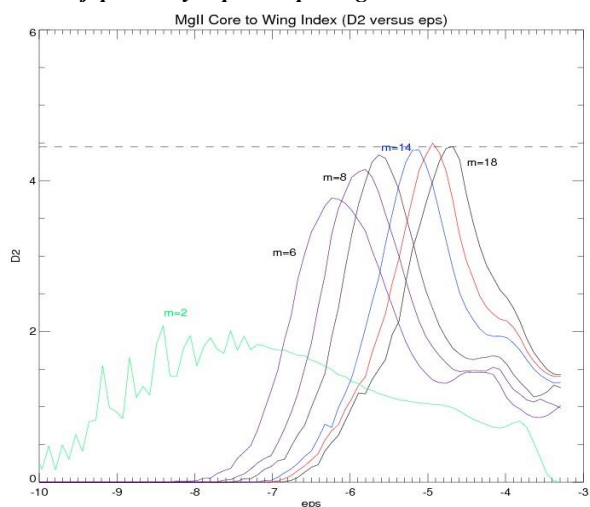
Obr.15 Vlnkové výkonové spektrum pre MgII index



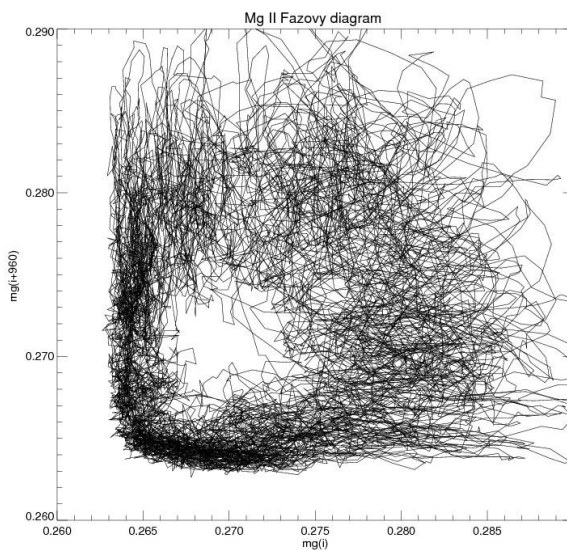
Obr.18 Fraktálny test pre Mg II index.



Obr.16 Ljapunovský exponent pre Mg II index



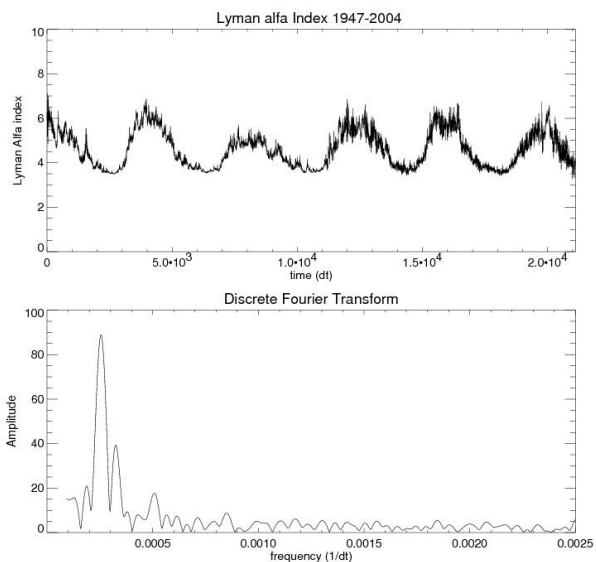
Obr.17 Korelačná dimenzia pre Mg II index



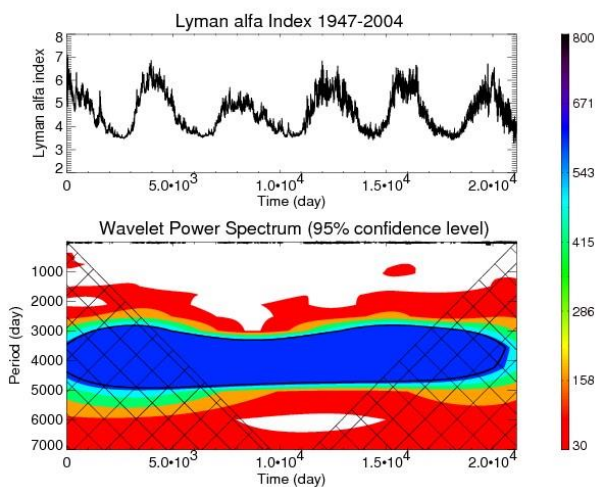
Obr.19 Fázový diagram Mg II indexu pre $\tau=960$ dní.

5.4 Časový rad iradiancie Lyman α na 1 AU

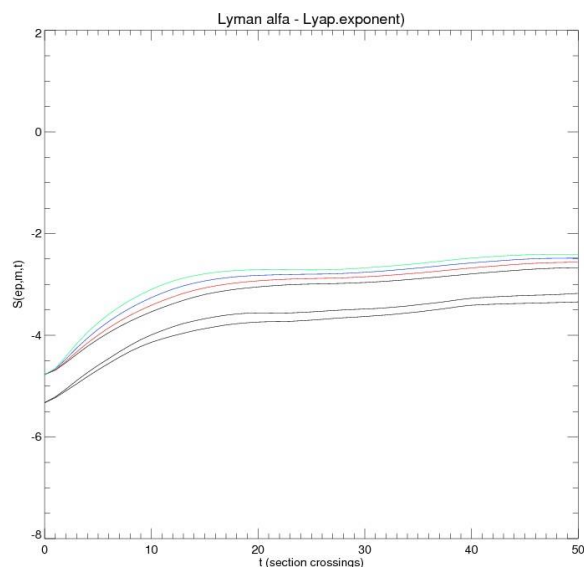
Rad iradiancie pre Lyman alfa na 121.6 nm bol skúmaný rovnako ako predošlé rady, hodnoty boli v jednotkách 10^{11} ph/cm²/s. Fourierovské spektrum (obr.20) je veľmi podobné predchádzajúcim spektrám, vlnkové výkonové spektrum (obr.21) ukazuje významné periódy pre červený šum (red noise) od 3000 do 4800 dní. Pre určenie chaotičnosti bol určený maximálny Ljapunovský exponent $\Lambda_{\max} = 0.0022$ bit/deň, predpovedateľnosť je potom 454 dní, čo je 1,24 roka. Jedná sa o chaotický systém (obr.22). Závislosť korelačnej dimenzie D_2 od ϵ vidíme na obrázku č.23. Korelačná dimenzia je $D_2 = 3.2 \pm 0.2$. Na charakterizáciu tohto systému potrebujeme 6 – 7 parametrov. Fraktálny test je na obrázku č.24.



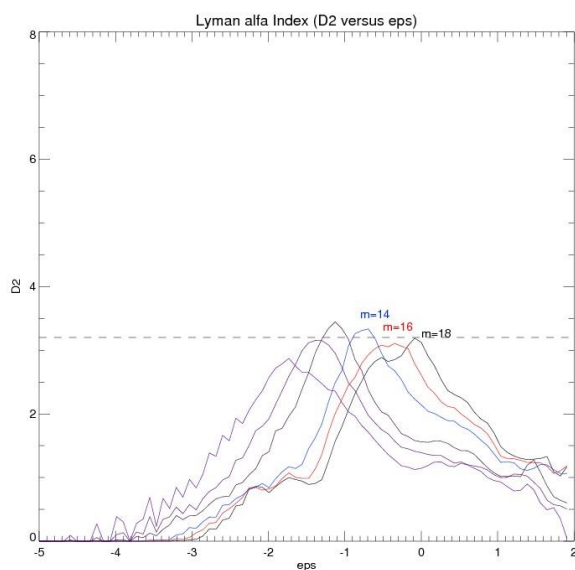
Obr.20 Fourierovské spektrum pre Lyman α .



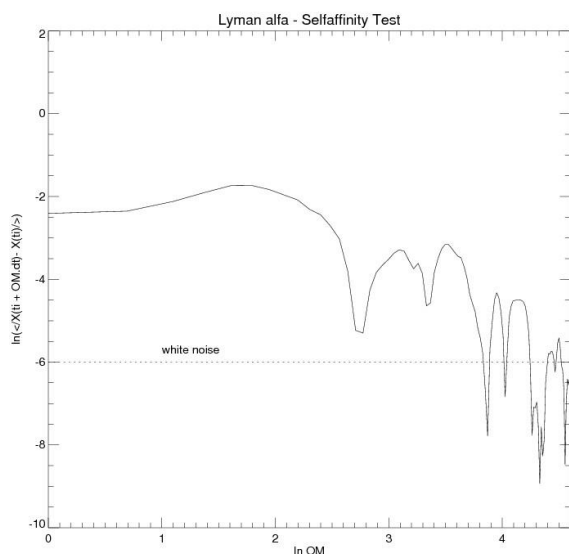
Obr.21 Vlnkové spektrum pre Lyman α .



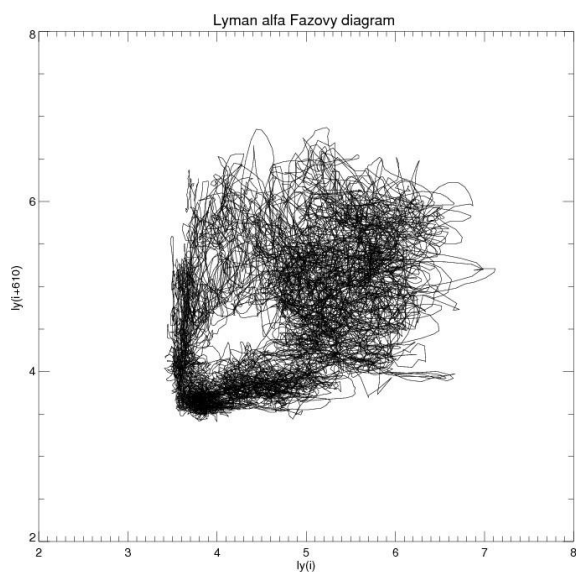
Obr.22 Ljapunovský exponent pre Lyman α .



Obr.23 Korelačná dimenzia pre rad Lyman α .



Obr.24 Fraktálny (selfaffinity) test pre Lyman α .



Obr.25 Fázový diagram Lyman α pre $\tau = 610$ dní.

6. DISKUSIA A ZÁVER

Výsledky analýzy ukazujú, že priebeh jednotlivých indexov slnečnej aktivity zodpovedá chaotickému systému. Môžeme preto Slnko v istom zmysle považovať za chaotický atraktor. Predpovedateľnosť indexov aktivity je daná maximálnym Ljapunovským exponentom a je teda limitovaná. Predpovedať celý priebeh indexu na mnoho rokov dopredu je preto nemožné. Jednotlivé časy predpovedateľnosti sa líšia a je to spôsobené tým, že dáta nie sú na presné výpočty dostatočne robustné. Pri korelačnej dimenzii $D_2 = 2$ je potrebné 10^2 dát. Pretože v indexoch slnečnej aktivity je D_2 približne 6, znamená to, že by sme potrebovali 10^6 dát, čo nie je k dispozícii.

Chovanie Slnka ako hviezdy je chovanie chaotického systému a je možné očakávať podobné chovanie u hviezd podobných Slnku.

Pod'akovanie

Výpočty boli urobené za použitia modifikovaných programov algoritmov vlnkovej transformácie, originál ktorých bol vyvinutý C.Torrence a G.Compo (Wavelet software was provided by C.Torrence a G.Compo, and is available at URL:

<http://paos.colorado.edu/research/wavelets/>)

v programovacom jazyku IDL.

Pod'akovanie patrí aj Aslakovi Grinstedovi za software vyvinutý na krížovú vlnkovú transformáciu a vlnkovú koherenciu v programovacom prostredí MatLab (2002-2004).

<http://www.pol.ac.uk/home/research/waveletcoherence/download.html>

(Crosswavelet and wavelet coherence software were provided by A.Grinsted)

LITERATÚRA

- Abreu J.A., Beer J., Ferriz-Mas A., McCracken K.G. and Steinhilber F (2012), Is there a planetary influence on solar activity A&A 548, A88
- Ambrož P., Křivský L., 1979 , Solar Terrestrial Predictions Proceedings 2 , 1979, 246
- Antalova A., 1990 Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso 19, 145-182
- Boffetta. G., Giuliani P., Paladin G., Vulpiani A., 1998 An extension of the Ljapunov analysis for the predictability problem. <http://arXiv.org/abs/chao-dyn/9801030/>
- Buzug Th. Pfister G., 1992 Optimal delay time and embedding dimension for delay time coordinates by analysis of the global static and local dynamical behavior of strange attractors. Phys.Rev. A 45, 7073-7084
- Cameron R.H., Dasi-Espuig M., Jiang J., Işık E., Schmitt D. and Schüssler M. (2013) Limits to solar cycle predictability: Cross-equatorial flux plumes Astronomy&Astrophysics (2013), Vol.557, A141
- Cameron R.H. and Schüssler M. (2013) No evidence for planetary influence on solar activity A&A 557, A83
- Grassberger P., Procaccia I., 1984 Dimensions and entropies of strange attractors from a fluctuating dynamics approach. Physica D, 13, 285-317
- Grinsted A., Moore J.C., and Jevrejeva S., 2004 , Nonlinear Processes in Geophysics (2004) 11: 561-566
- Horak J., Křin L., 1996 Deterministický chaos a matematické modely turbulence. Academia 1996, Praha
- Karlovský V., 1992 Slněčná aktivita a chaotické atraktory. Zborník referátov z 10.celoštátneho slnečného Seminaru, SUH Hurbanovo, 63-70
- Karlovský V., 1996 Slněčná aktivita a nízkodimenzionálny chaos Zborník referátov z 13.Celoštátneho slnečného seminára Upphavl 1996, ed.B.Lukáč, SÚH Hurbanovo 1998,108-113
- Kolmogorov A.N., Petrovskij G.I., Piskunov N.S., Izučniji uravnenia difuzii s istočnikom veščestva i ego priloženia k biologičeskim problemam, Bulletin MGU Matematika a mechanika 1937
- Kolmogorov A.N., 1959 Ob entropii na jedinicu vremeni, kak mehaničeskomo invariante avtomorfizmov DAN SSSR, T124, s.754-785
- Kremliovskij M.N., 1994 Solar Physics, 151, 351-370
- Kurths J., Herzel H., 1987 An attractor in a solar time series, Physica D, 25, 165-172, North-Holland,Amsterdam
- Maraun D. and Kurths J., 2004 Nonlinear Processes in Geophysics (2004), 11: 505-514
- Neubauer M., 1970 Bulletin pro pozorovani Slunce hvězdarny ve Valašském Meziříčí 9, 7-22
- Neymark J.I., Landa D.S., 1987 Stochastičeskije i chaotičeskije kolebania, Moskva ,vyd,Nauka
- Osborne A.R., Provenzale A., 1989 Finite correlation dimension for stochastic systems with power-law spectra, Physica D, 35, 357-381
- Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D., Shaw R.S., 1980 Geometry from a Time series Phys.Rev.Lett., Vol.45, 9, 712-716
- Rényi A., 1970 Probability Theory, Amsterdam, North-Holland
- Roberts D.A., 1991 Is there a strange attractor in the magnetosphere?, J.Geophys.Res., 96, 16031-16046
- Rybansky M., Rušin V., 1983 Bull.Astron.Inst.Czechosl., 34, 79-92
- Rybansky M., Rušin V., Dzifčáková E., 1988 Bull.Astron.Inst.Czechosl., 39,106-119
- Schreiber T., 1993 Extremely simple nonlinear noise reduction method, Phys.Rev.E, 47, 2401-2404
- Svalgaard L., 2010 Predicting of the Solar Cycle, SORCE Keystone CO, Invited paper. <http://www.leif.org/research/>
- Takens F., 1981 Detecting Strange Attractors in Turbulence, Lect.Notes in Math., No.898 Berlin-Heidelberg, N.Y., Springer, 366-381
- Theiler J., 1986 Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time series data Phys.Rev.A , 34, 2427
- Torrence C., Compo G.P., 1998 Bulletin of the American Meteorological Society, 79, 61
- Voros Z., 1994 The magnetosphere as a nonlinear system, Studia geophys et geode., 38, 168-186
- Voros Z., Vero J., Kristek J., 1994 Nonlinear time series analysis of geomagnetic pulsations Nonlinear Processes Geophysics 1, 145-155
- Waldmeier M., 1955 Ergebnisse und Probleme der Sonnenforschung Akademische Verlagsgesellschaft, Geest&Portig K.-G., Leipzig, 141-150
- Williams G.E., 1985 The Australian Journal of Physics, Vol.38, p.1027-1043
- Williams and Sonett 1985 , Nature, Vol.318, No.6046, 523-527
- Williams G.E., 1986 Solar cycle in Prekambrium , Scientific American ,august 1986, Vol.255, No.2
- Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A., 1985 Determining Lyapunov exponents from a time series, Physica D, 16, 285-317